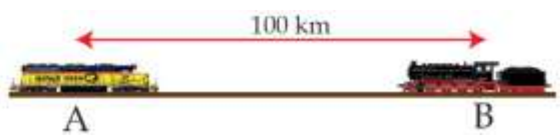
OLIMPIADA DE FISICA 2018

SOLUCIONARIO EXAMEN DE FÍSICA

PROBLEMA# 1

La distancia entre dos ciudades A y B es de 100 km. Un tren de pasajeros sale de la ciudad A hacia la ciudad B y al mismo tiempo sale un tren de carga pesada desde la ciudad B hacia la ciudad A. El tren de pasajeros llega a B 2 horas después de haberse cruzado con el tren de carga. Mientras, que el de carga llega a la ciudad A 3 horas y media después de haberse cruzado con el de pasajeros.



a) Determine la velocidad del tren de pasajeros (5 puntos).
b) Determine la velocidad del tren de carga (2 puntos).

$\rightarrow VA$ $\quad$ $VB \leftarrow$

0 $\quad$ 0

$d = 100\ km$

Luego del encuentro:

$Vb \leftarrow \quad \rightarrow Va$

$0 \quad 0$

d_B $\quad$ x $\quad$ d_A

Antes del encuentro:

$Va \rightarrow \quad \leftarrow Vb$

$0 \quad 0$

- Antes del encuentro

$$\frac{d_B = V_A\ t_e}{d_A = V_B\ t_e} \Rightarrow \frac{d_B}{d_A} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{3.5\,V_B}{2\,V_A} = \frac{V_A}{V_B} \qquad t_e = tiempo\ de\ encuentro$$

$$2V_A^2 = 3.5\ V_B^2$$

$$V_A = \sqrt{\frac{3.5}{2}}\ V_B = \frac{\sqrt{7}}{2}\ V_B$$

- Luego del encuentro

$d_A = V_A t \qquad t = 2h$

$d_A = V_A$

$d_B = V_B t \qquad t = 3.5h$

$d_B \ = 3.5\, V_B$

$d_A + \ d_B \ = d = 100km$

$2V_A + 3.5\, V_B \ = d\ (1)$

$\cancel{2}\left(\frac{\sqrt{7}}{\cancel{2}}\, V_B\right) + 3.5\, V_B \ = d$

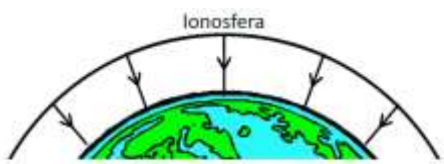
$V_B\left(3.5 + \ \sqrt{7}\,\right) = d$

$V_B = \ \dfrac{d}{3.5\,\sqrt{7}} \ = \ \dfrac{100}{3.5 + \ \sqrt{7}} \ = 16.27\ {}^{km}\!/_{h}\ \ tren\ de\ carga$

$V_A = \ \dfrac{\sqrt{7}}{2}\, V_B \ = \ \dfrac{\sqrt{7}}{2}\,(16.27) = 21.53\ {}^{km}\!/_{h}\ \ tren\ de\ pasajeros$

PROBLEMA # 2

Sabemos que existe un campo magnético terrestre, pero poca gente sabe que también existe un campo eléctrico terrestre. Este campo eléctrico se debe al predominio de los iones positivos sobre los negativos en la ionosfera, mientras que la carga neta de la Tierra es negativa. El campo está dirigido, por tanto, desde la ionosfera hacia la Tierra y su valor promedio es 100 N/C.



En este problema vamos a explorar la posibilidad de utilizar este campo eléctrico para hacer que un objeto cargado eléctricamente levite venciendo la fuerza gravitatoria. Para ello consideraremos una esfera de radio $R = 20\ cm$ de espuma de poliuretano, un material muy ligero ($\rho = 40\ kg/m^3$).

a) ¿Cuánto pesa dicha esfera? (1 punto)

Para poder cargar la esfera, ésta se cubre con una capa de pintura metálica, dado que el poliuretano es un material aislante.

(b) Suponiendo que el peso de la capa de pintura es despreciable y que el campo eléctrico terrestre es uniforme y tiene un valor de 100 N/C, ¿cuánta carga (magnitud y signo) tendríamos que colocar en la esfera para compensar la fuerza gravitatoria? (1 punto)

¿Crees que es posible colocar toda esta carga en la esfera? Debes tener en cuenta que, a medida que colocamos carga en un material conductor, ésta se coloca en la superficie externa y el campo eléctrico a su alrededor crece. Si este campo es suficientemente intenso, es capaz de ionizar las moléculas que hay en el aire y, por tanto, el conductor se descarga a través del aire en el que está inmerso. Este fenómeno se denomina ruptura dieléctrica y ocurre cuando el campo eléctrico supera el valor $3x10^6 N/C$. Teniendo en cuenta que el campo en la superficie de un conductor es $E = 4\pi k\sigma$, donde $k = 9x10^9\ Nm^2C^{-2}$ es la constante de Coulomb y σ es la carga por unidad de superficie,
(c) ¿cuál es la carga máxima que podemos colocar en la esfera? (2 puntos)

(d) Suponiendo que colocamos dicha carga máxima, ¿cuál es la razón entre la fuerza que experimenta la esfera debida al campo eléctrico terrestre y la fuerza gravitatoria? (1 punto)

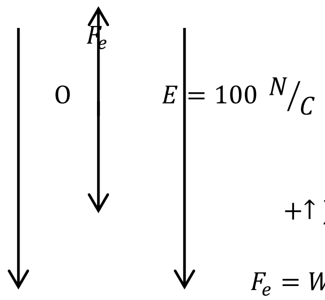
(e) ¿Aumentaría esta razón si tuviéramos una esfera más grande? Razona tu respuesta. (2 puntos)

$a)\ p = \frac{M}{V} \qquad => \qquad W = mg$

$$m = PV\ \left(\frac{4}{3}\ \pi r^3\right) P\ , \quad W = \left(\frac{4}{3}\ \pi r^3\right) pg$$

$$W = \left(\frac{4}{3}\ \pi\ (0.2)^3\right)\ (40)(9.8) = 13.14N$$

$b)$



Para que se encuentre en equilibrio la carga eléctrica debe ser negativa para que la fuerza y el campo tengan direcciones opuestas

$$+\uparrow \sum F_Y = 0$$

$$F_e = W \quad ; \qquad E = \frac{F_e}{|q|}$$

$$|q| = \frac{W}{E} = \frac{13.14}{100} = 1.34X10^{-1}C$$

$$Por\ tanto: \quad q = -1.314x10^{-1}c$$

$c) \qquad |E| = 4\pi K\sigma \qquad ; \qquad \sigma = \frac{|q\ max|}{4\ \pi\ \mathcal{R}^2}$

$$|E| = \cancel{4\pi K}\ \frac{|q\ max|}{\cancel{4\pi K}} \qquad => \qquad |q\ max| = \frac{R^2 E}{K}$$

$$|q\ max| = \frac{(0.2)^2\ (3x10^6)}{9x10^9} = 1.33x10^{-5}C \quad =>$$

Para la falta del literal no es posible colocarla en la esfera

$d)\ \frac{F_{e\ max}}{W} = \frac{q_{max}E}{W} = \frac{(1.33X10^{-5})(100)}{13.14} = 1.01X10^{-4}$

$e)\ \frac{q_{max}\ E_T}{W}\ ;\ E_T = Campo\ terrestre$

$$W = \frac{4}{3}\pi\ pR^3 \qquad ; \qquad E_{max} = 4\pi K\sigma$$

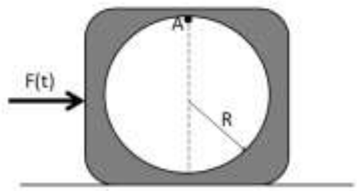
$$\frac{\cancel{R^2}E_{max}E_t}{K\left(\frac{4}{3}\pi\ \cancel{pR^3}\right)} = \left(\frac{E_{max}\ E}{\frac{4}{3}\pi\ pK}\right) \qquad q_{max} = \frac{\mathcal{R}^2 E_{max}}{K}$$

$$E_{max}\ : Campo\ de\ ruptura$$

Si aumenta el radio la razon $\frac{F}{W}$ $disminuye$

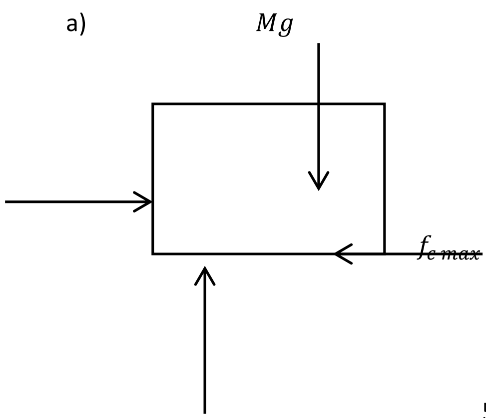
PROBLEMA # 3

El bloque hueco que se muestra en la figura tiene una masa M = 50 kg y descansa sobre superficie horizontal que presenta rozamiento ($u_s = 0.5$, $u_k = 0.2$). Para moverlo se le aplica una fuerza *F* que varía en el tiempo dado por $F(t) = 50t^2 + 10t + 50\ [N]$, donde *t* está en segundos (g = 10 m/s²).



a) ¿Después de cuánto tiempo de haber aplicado la fuerza F el bloque empezará a moverse? (2 puntos)
b) A partir de que el bloque empieza a moverse la fuerza F permanece constante. ¿Cuánto tarda el bloque en recorrer 40 m? (2 puntos)
c) Imagine que justo en el instante de empezar a moverse, del punto A se suelta un tornillo. ¿Cuánto tarda el tornillo desde que se suelta hasta que choca con la superficie esférica de radio R = 2.5 m? (3 puntos)

a)



Cuando está a punto de moverse la fuerza F debe ser igual a la fuerza en razonamiento máximo

$$\pm \sum F = 0$$

$$F = f = u_s N \quad ; \quad N = Mg$$

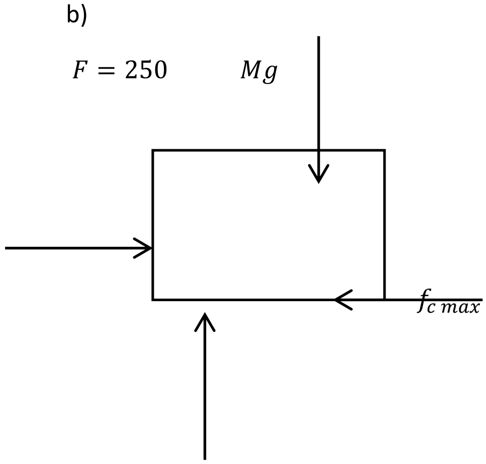
$$50\,t^2 + 10\,t + 50 = 0.5\,(50)(10)$$

$$50\,t^2 + 10\,t - 200 = 0$$

$$10\,(5t^2 + t - 20) = 0 \quad => t \quad 1.9\,s \quad -2.1\,s$$

b)

$F = 250$



$$\pm \sum F = Ma$$

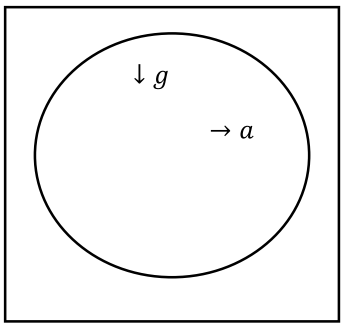
$$F - f_k = M_a \quad ; \quad f_k = U_k\,N$$

$$a = \frac{F - U_k\,Mg}{M} = \frac{250 - 0.2\,(50)(10)}{50} = 3\ {}^{m}/_{s^2}$$

$$\triangle X = \cancel{Vt} + \frac{1}{2}\,at^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2\triangle x}{a}} = \sqrt{\frac{2(40)}{3}} = 5.16\cancel{s}$$

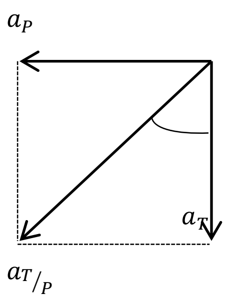
C) Vamos a suponer que una “persona se encuentra dentro del bloque” analizando el tornillo.



Mirando desde fuera el tornillo tiene la acumulación de la gravedad $\overrightarrow{a_T} = -g \uparrow {}^{m}/_{\cancel{s}^2}$ la persona tiene la acumulación del bloque $\vec{a} = a\hat{\imath}\,{}^{m}/_{\cancel{s}^2}$

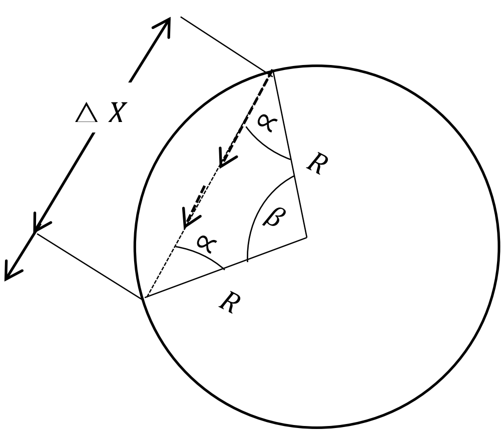
La aceleracion del tornillo medido por la persona e:

$$\overrightarrow{a_{t/p}} = \overrightarrow{a_T} - \overrightarrow{a_P}$$



$a_{T/p} = \sqrt{(3)^2 + (90)^2} = 10.44\ {}^{m}/_{\cancel{s}^2}$

$\propto = tan^{-1}\left(\frac{3}{10}\right) = 16.69^0$



$\beta = 180^0 - 2\propto = 180^0 - 2\,(16.69)$

$\beta = 146.62^0$

$\triangle x^2 = R^2 + R^2 - 2R^2\cos\beta$

$\triangle x^2 = (2.5)^2 + (2.5)^2 - 2(2.5)^2\cos 146.62^0$

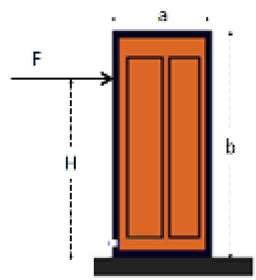
$\triangle x = 1.44m$

$$\triangle x = \cancel{Vt^0} + \frac{1}{2}a_{T/P}t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2\Delta X}{a_{T/P}}} = \sqrt{\frac{2(1.44)}{10.44}} = 0.53\cancel{s}$$

PROBLEMA# 4

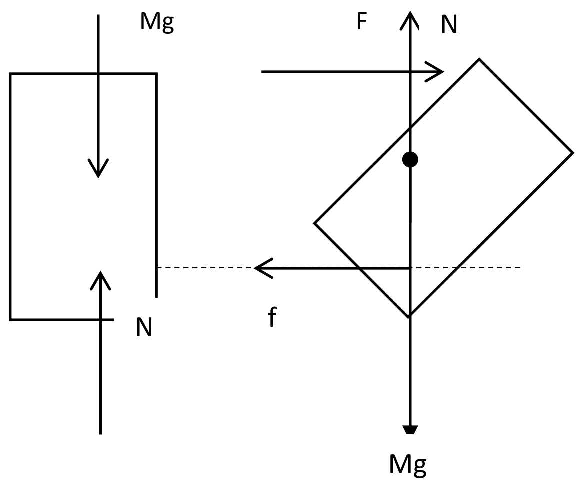
Un armario de masa M, ancho *a* y altura *b* descansa sobre el piso que presenta rozamiento μ.



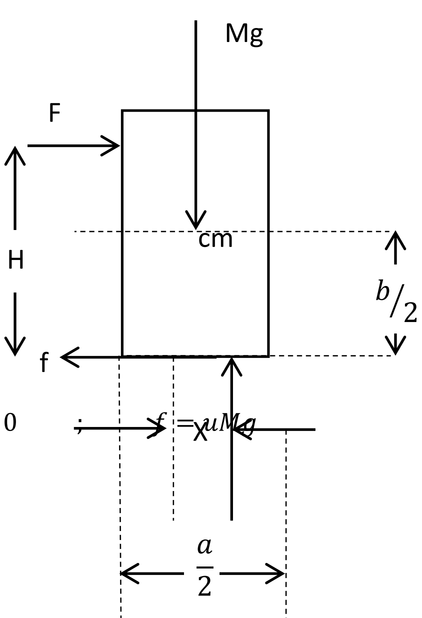
a) Determine una expresión en términos de g, M, a, b y F que indique los valores que puede tomar H (intervalo) para que no exista rotación del armario cuando se le aplica la fuerza F paralela al suelo. (5 puntos)

b) Explique por qué su respuesta tiene concordancia con el hecho de que si el armario es alto ($b > a$) es mucho más fácil de hacerlo girar que cuando es más ancho que alto ($b < a$). (2 puntos)

* Sin aplicar F



Justo antes de caer



$$\sum t_{cm} = 0$$

$$F\left(H - \frac{b}{2}\right) + f\,\frac{b}{2} - NX = 0$$

$$x = \frac{F\,(H - {}^{b}/_{2}) + f\,{}^{b}/_{2}}{N}$$

$$x = \frac{F\,(H - {}^{b}/_{2}) + uMg\,{}^{b}/_{2}}{Mg}$$

$\sum F_Y = 0 \quad ; \quad f = uMg$

Para que no exista rotación

$N = Mg$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $x < \frac{a}{2}$

$\sum F_X = Ma$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\frac{F\,(H - {}^{b}/_{2}) + uMg\,{}^{b}/_{2}}{Mg} < \frac{a}{2}$

$F - f = Ma$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $H < \frac{b}{2} + \frac{Mg}{2F}\,(a - ub)$

Si el armario esmuy alto (b > a) vemos que con un menor valor de H es possible hacrlo rotar que cuando es más ancho que el alto (a > b)

Una hipótesis sobre la formación de la Luna sostiene que ésta se formó de un astro que se rompió al impactar con la Tierra. Si admitimos la hipótesis, supón además, que: 1) el astro y la Tierra tenían

temperaturas de 0 °C y 2000 °C respectivamente; y 2) una porción del astro con una masa igual al 10% de la masa terrestre se fusionó con la Tierra tras el impacto. Considere que la Tierra y el astro tienen el mismo

calor específico, igual al de la roca 879 J/kgK. Si despreciamos, de momento la energía cinética del astro:

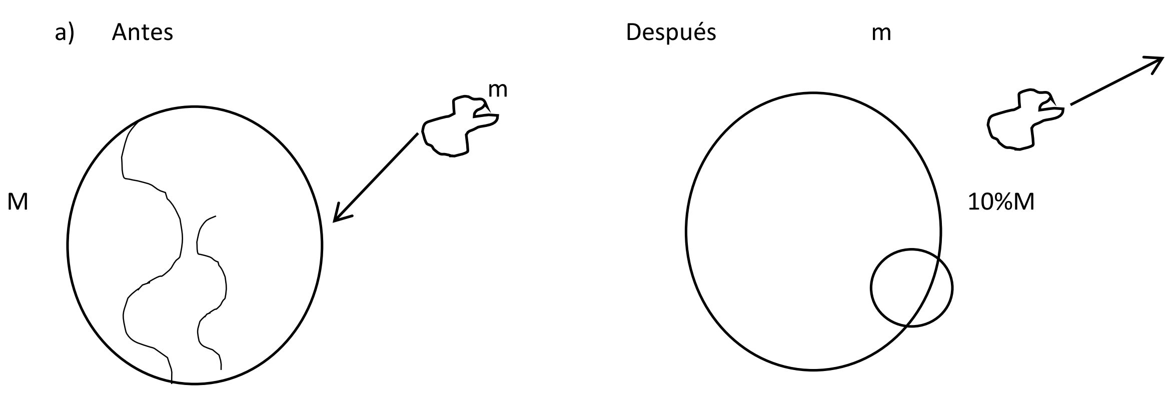
a) Calcular la temperatura final de la Tierra tras incorporarse la masa extra, por puro intercambio de calor. (2 puntos)
Ahora, suponemos que el astro impactó con una velocidad igual a la velocidad de escape de la Tierra.

b2) Demuestre que la velocidad de escape viene dado por (2 puntos)

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Donde $G = 6.672x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}$, $M = 5.98x10^{24}\ kg$, $R = 6371\ km.$ (Datos terrestres)
Sugerencia: asuma un sistema conservativo, donde la energía potencial viene dado por $U = -\frac{GMm}{r}$, donde m es la masa del objeto que escapa desde la superficie de la Tierra. Y r es la distancia medida desde el centro de la Tierra. Asuma, que cuando un objeto se encuentra bien lejos del planeta ($r \to \infty$) su velocidad es cero.
Suponga que la porción fusionada, tras el choque inelástico, cedió el 5% de su energía cinética en forma de calor

b3) calcule de nuevo la temperatura final de la Tierra. (3 puntos)



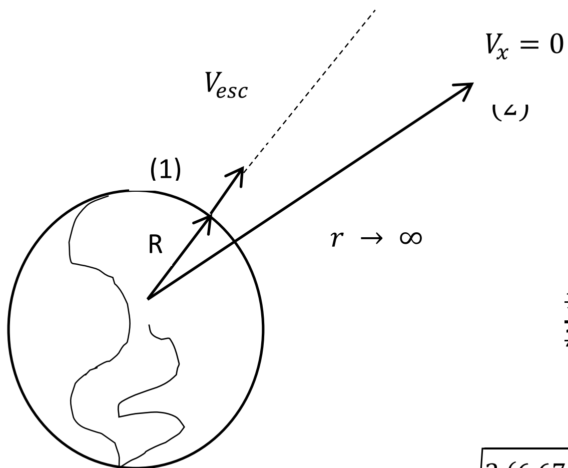
$$\sum \phi = o$$

$$\Delta\phi_{tierra} + \Delta\phi = o$$

$$\text{Mc} \left(\text{T} - T_0 \right) + 0.1 \text{ Mc} \left(\text{T} - T_0 \right) = O$$

$$\text{T} - 2000 + 0.1 \text{ T} = 0 \Rightarrow \quad T = \frac{2000}{1.1} = \boxed{1818.18^0}$$

b)



$$E_{(1)} = E_{(2)}$$

$$K_1 + V_{g1} = K_2 + V_{g2}$$

$$\frac{1}{2} m v_{esc}^2 - \frac{GmM}{R} = \cancel{\frac{1}{2} m v_x^2} - \cancel{\frac{GmM}{r}}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} \cancel{m} v_{esc}^2 = \frac{G\cancel{m}M}{\cancel{R}} \Rightarrow v_{esc} = \boxed{\sqrt{\frac{2GM}{R}}}$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \left(6.672x10^{-11}\right)\left(5.98x10^{24}\right)}{(6371000)}} = \boxed{1.12x10^4 \, {}^{m}/_{s}}$$

$$\Delta\emptyset = 5\% \left[\frac{1}{2}(0.1M)V_{esc}^2\right]$$

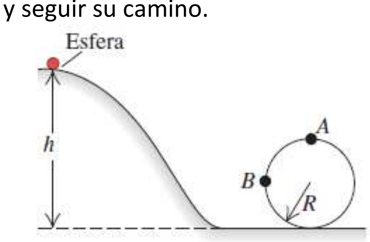
$$Mc \left(T - T_0\right) = 0.0025M \; \left[1.12X10^4\right]^2$$

$$879 \left(T - 2000\right) = 313600$$

$$T = \boxed{2356.769^0}$$

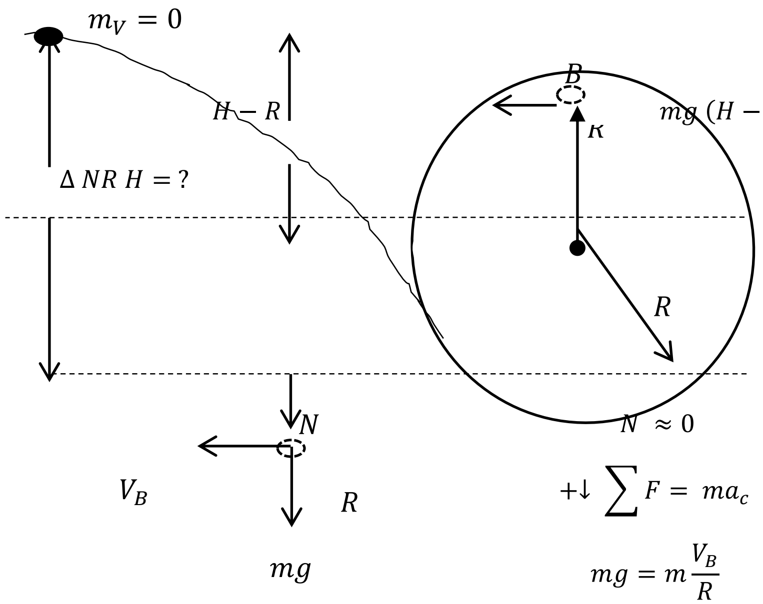
PROBLEMA # 6

Una esfera de masa M debe soltarse desde la parte alta de la pista que se muestra en la figura y lograr dar la vuelta en la parte circular de radio *R* y seguir su camino.



a) Asumiendo que el radio de la esfera es pequeña con relación a la altura *h* y al radio *R*. Determine una expresión para la altura mínima *h* en la cual la esfera dará una vuelta completa a la parte circular de la pista (desprecie el rozamiento). (3 puntos)

b) Ahora considere que la esfera solida tiene un radio *r* y que rueda hacia abajo sin deslizar (movimiento de rodadura). Determine nuevamente una expresión para la altura mínima *h* que mantendrá a la esfera por toda la pista. (4 puntos)



$$E_A = E_B$$

$$\frac{1}{2}m/v_A^2 + mg_A^h = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg_B^h$$

$$mg\,(H - R) = \frac{1}{2}mv_B + mg_R$$

$$g\,(H - R) = \frac{1}{2}v_B + g_R$$

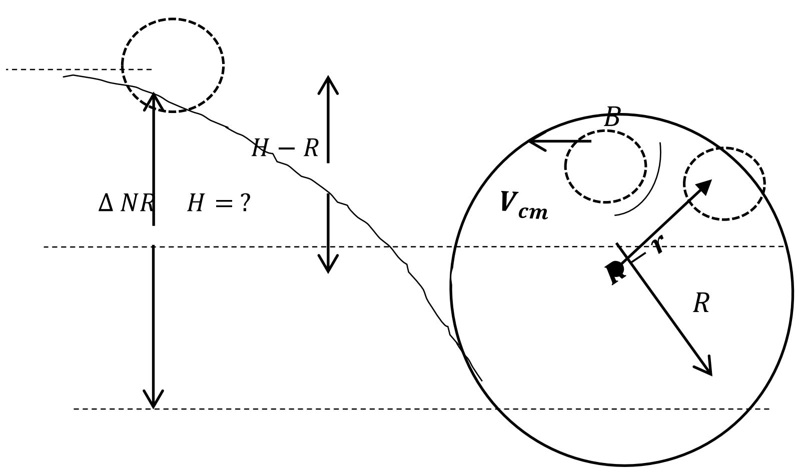
$$H - R = \frac{3}{2}R \quad => \quad H = \frac{5}{2}R$$

$$N \approx 0$$

$$+\downarrow \sum F = ma_c$$

$$mg = m\frac{V_B}{R}$$

$$r_b^2 = gR$$



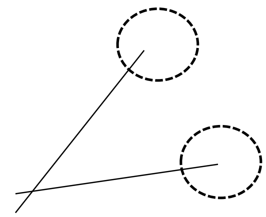
$$\frac{1}{2}mv_{Acm}^2 + \frac{1}{2}IW_{Acm}^2 + mg_A^h = \frac{1}{2}mv_{Bcm}^2 + \frac{1}{2}I_B^2 + mg_B^h$$

$$mg\ (H - R + r) = \frac{1}{2}mv_{Bcm}^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}mr^2\right]w_B^2 + mg\ (R - r)$$

$$g(H - R + r) = \frac{1}{2}V_{Bcm}^2 + \frac{1}{5}r^2w_B^2 + g\ (R - r) \qquad ; \qquad V_{Bcm} = rw_{cm}$$

$$g(H - R + r) = \tfrac{1}{2}V_{Bcm}^2 + \tfrac{1}{5}r^2\tfrac{V_{Bcm}^2}{r^2} + g\ (R - r) \qquad w = \tfrac{V_B}{r}$$

$$g(H - R + r) = \tfrac{1}{2}V_B(g)(R - r) + \tfrac{1}{5}g\ (R - r) + g\ (R - r)$$



$$H - R + r = (R - r)\left[\tfrac{1}{2} + 1 + \tfrac{1}{5}\right]$$

$$H - R + r = (R - r)\left[\tfrac{3}{2} + \tfrac{1}{5}\right] = \tfrac{15+2}{10}\ (R - r) \qquad \sum F = ma_c$$

$$H - R + r = \frac{17}{10}\ (R - r) \qquad mg = \frac{mv_B^2}{(R - r)}$$

$$H = R - r + \frac{17}{10}\ (R - r) \ \ => \ H = \frac{27}{10}(R - r) \qquad V_b^2 = g(R - r)$$